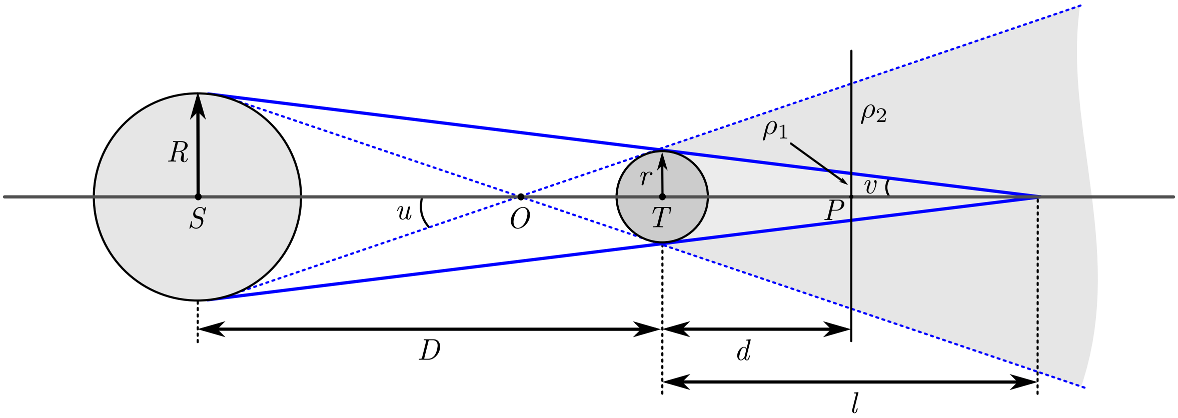
Université Ibn Zohr
Faculté Polydisciplinaire
Ouarzazate, Maroc

جامعة ابن زهر
الكلية متعددة التخصصات
ورزازات، المغرب

Correction des
Travaux Dirigés d'Optique Géométrique *
Prof. : H. Chaib
Filière : TEER, **Semestre** : 3, **Année** : 2010/2011, **Série** : 01

Exercice 1

1. D'après la figure, on a :



$$\tan v = \frac{r}{l} = \frac{R}{D+l} \tag{1}$$

soit :

$$r(D+l) = Rl \tag{2}$$

d'où :

$$l = \frac{rD}{R-r} \tag{3}$$

A.N. : $l = 1\,397\,686$ km.

2. On a :

$$\tan v = \frac{\rho_1}{l-d} = \frac{r}{l} \tag{4}$$

soit :

$$\rho_1 = \frac{r}{l}(l-d) \tag{5}$$

A.N. : $\rho_1 = 4\,620$ km.

On a aussi :

$$\tan u = \frac{r}{x} = \frac{\rho_2}{d+x} \tag{6}$$

*. Les cours, les travaux dirigés avec correction, les épreuves avec correction et les travaux pratiques sont disponibles en ligne sur le site Web : http://hchaib.chez.com/teaching/

soit :

$$\rho_2 = (d+x)\frac{r}{x} = r\left(1+\frac{d}{x}\right) \tag{7}$$

avec $x = OT$. L'expression de x peut être extraite de l'égalité suivante :

$$\tan u = \frac{r}{x} = \frac{R}{D-x} \tag{8}$$

soit :

$$r(D-x) = Rx \tag{9}$$

ou encore

$$x = \frac{Dr}{R+r} \tag{10}$$

d'où :

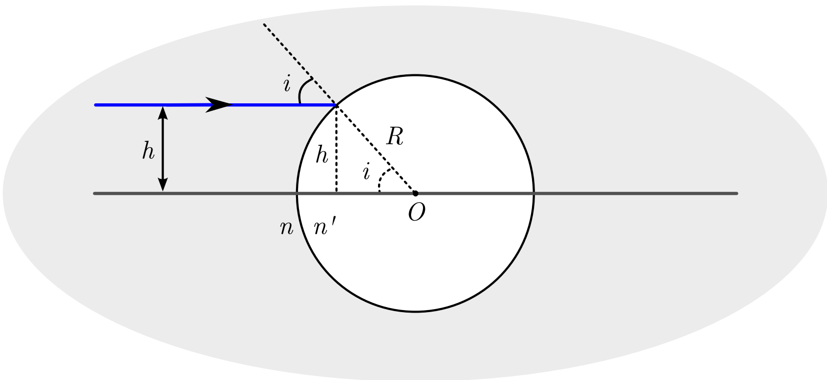
$$\rho_2 = r\left(1+d\frac{R+r}{Dr}\right) \tag{11}$$

A.N. : $\rho_2 = 8\,153$ km.

3. Si le centre de la lune passe par le point P, alors il sera totalement couvert par l'ombre de la terre parce que son rayon r' qui vaut $1\,700$ km est inférieur au rayon ρ_1 de l'ombre qui vaut $4\,620$ km (c.-à-d. $r' < \rho_1$).

Exercice 2

1. Selon la figure ci-dessous, on peut écrire :



$$h = R\sin i \tag{12}$$

2. La lumière subit une réflexion totale sur la bulle si le rayon réfracté n'existe pas. Cependant, on sait que le rayon réfracté existe seulement s'il existe un angle de réfraction r tel que $0^\circ \leq r \leq 90^\circ$:

$$0 \leq \sin r \leq 1 \tag{13}$$

c'est à dire :

$$0 \leq n'\sin r \leq n' \tag{14}$$

ou encore, en tenant compte de la loi de réfraction ($n\sin i = n'\sin r$) :

$$0 \leq n\sin i \leq n' \tag{15}$$

soit :

$$0 \leq i \leq \arcsin \frac{n'}{n} \tag{16}$$

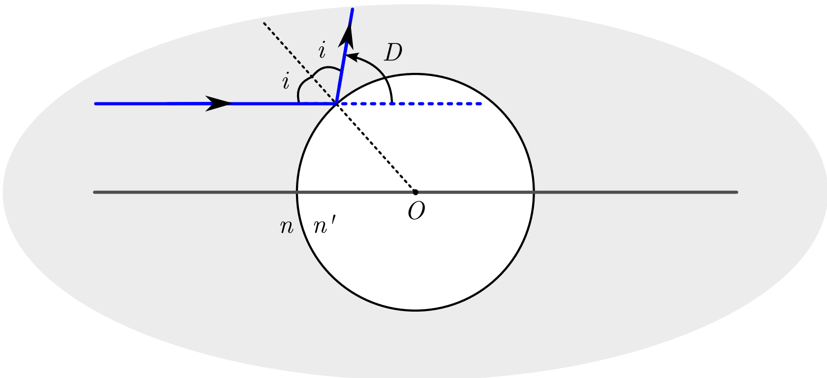
Donc, la lumière incidente subit une réflexion totale si l'angle d'incidence i est inférieur à une valeur limite $i_{\text{lim}} = \arcsin \frac{n'}{n}$.
A.N. : $i_{\text{lim}} = 41,81^{\circ}$.

3. La hauteur correspondante h_{lim} du rayon incident par rapport à l'axe de la bulle d'air s'écrit :

$$h_{\text{lim}} = R \sin i_{\text{lim}} \tag{17}$$

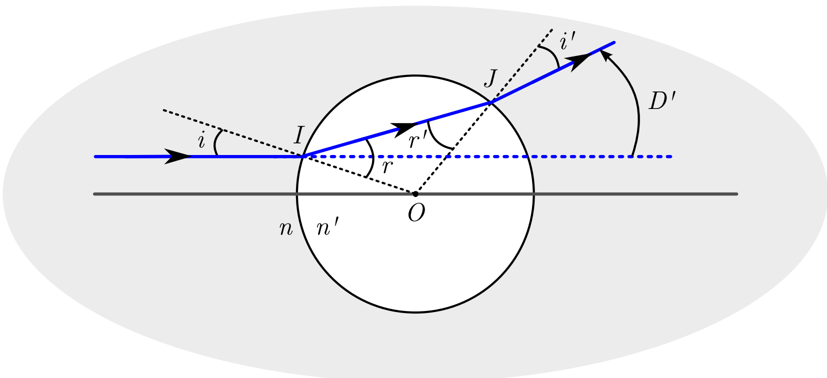
A.N. : $h_{\text{lim}} = 0,667$ cm.

4. Dans le cas où $i > i_{\text{lim}}$, le rayon subit une réflexion total (voir figure ci-dessous). Sa déviation D s'écrit dans ce cas :



$$D = 180^{\circ} - 2i \tag{18}$$

5. Dans le cas où $i < i_{\text{lim}}$, le rayon pénètre dans la bulle en subissant une réfraction au point I et sort en subissant une autre réfraction au point J (voir figure ci-dessous). Cependant, lors de sa pénétration dans la bulle en I, le rayon incident subit une



déviation de $(r - i)$ et lors de son émergence de la bulle en J, il subit une deuxième déviation de $(r' - i')$. Au total ce rayon incident en I et émergent en J subit une déviation $D' = (r - i) + (r' - i')$. Soit :

$$D' = r + r' - i - i' \tag{19}$$

Les lois de réfraction en I et J s'écrivent :

$$n \sin i = n' \sin r \tag{20}$$

et

$$n \sin i' = n' \sin r' \tag{21}$$

or $r' = r$ (car le triangle IOJ est isocèle), alors $i' = i$. Il en résulte :

$$D' = 2(r - i) \tag{22}$$

d'où :

$$D' = 2\left(\arcsin\left(\frac{n}{n'}\sin i\right) - i\right) \tag{23}$$

Exercice 3

1. Dans le triangle AIJ, la somme des angles est égale 180°, soit :

$$\widehat{IAJ} + \widehat{JIA} + \widehat{AJI} = 180^\circ \tag{24}$$

or $\widehat{JIA} = 90^\circ$ et $\widehat{AJI} = 90^\circ - i$, alors :

$$\widehat{IAJ} + 90^\circ + 90^\circ - i = 180^\circ \tag{25}$$

d'où :

$$i = \widehat{IAJ} \tag{26}$$

A.N. : $i = 60^\circ$.

2. La loi réfraction au point J s'écrit :

$$n' \sin i = n \sin r \tag{27}$$

ou bien :

$$\sin r = \frac{n'}{n}\sin i \tag{28}$$

soit

$$\sin r = 1,075 \tag{29}$$

ce qui est impossible car les valeurs de la fonction sinus sont toujours comprises entre -1 et 1 (c.-à-d. $\forall x \in \mathbb{R}, -1 \leq \sin x \leq 1$). Alors, la lumière ne subit pas de réfraction au point J mais il subit une réflexion totale.

3. Dans le triangle KLC, la somme des angles est égale 180°, soit :

$$\widehat{KLC} + \widehat{CKL} + \widehat{LCK} = 180^\circ \tag{30}$$

or $\widehat{CKL} = 90^\circ$ et $\widehat{LCK} = 30$, alors :

$$\widehat{KLC} + 90^\circ + 30^\circ = 180^\circ \tag{31}$$

soit $\widehat{KLC} = 60^\circ$.

Dans le triangle KJL, la somme des angles est égale 180°, soit :

$$\widehat{KJL} + \widehat{LKJ} + \widehat{JLK} = 180^\circ \tag{32}$$

soit :

$$i' = \widehat{LKJ} = 180^\circ - \widehat{KJL} - \widehat{JLK} \tag{33}$$

On a :
$$\widehat{KLJ} = 180^\circ - \widehat{KLC} = 120^\circ \tag{34}$$
et on a aussi
$$\widehat{KJL} = 90^\circ - i^* = 90^\circ - i = 30^\circ \tag{35}$$
car $i^* = i$ selon la loi de réflexion en J.
Il en résulte :
$$i' = 180^\circ - 30^\circ - 120^\circ \tag{36}$$
A.N. : $i' = 30^\circ$.

4. Selon la loi de réfraction en K, on peut écrire :
$$n' \sin i' = n \sin r' \tag{37}$$
soit :
$$r' = \arcsin\left(\frac{n'}{n} \sin i'\right) \tag{38}$$
A.N. : $r' = 38,37^\circ$.

5. Si le rayon réfracté en J existe, il doit vérifier la loi de réfraction en J :
$$n' \sin i = n \sin r \tag{39}$$
soit :
$$n = n' \frac{\sin i}{\sin r} \tag{40}$$
En effet, afin que ce rayon existe, il faut qu'il existe un angle r tel que $0^\circ \leq r \leq 90^\circ$:
$$0 \leq \sin r \leq 1 \tag{41}$$
c'est à dire :
$$1 \leq \frac{1}{\sin r} \leq +\infty \tag{42}$$
ou encore :
$$n' \sin i \leq n' \frac{\sin i}{\sin r} \leq +\infty \tag{43}$$
soit :
$$n' \sin i \leq n \leq +\infty \tag{44}$$
Donc, le rayon réfracté en J existe seulement si l'indice de réfraction n est supérieur à une valeur limite $n_{\text{lim}} = n' \sin i$.
A.N. : $n_{\text{lim}} = 1,43$.