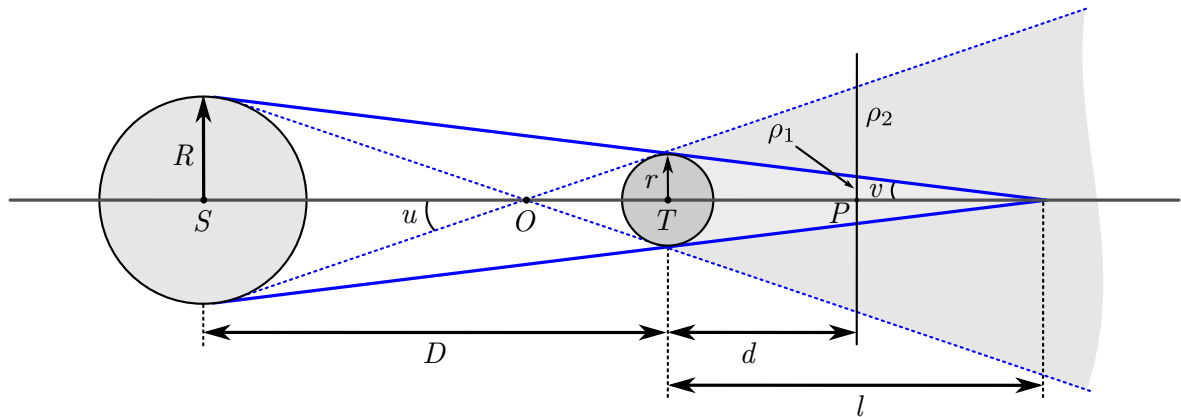




**Correction des
Travaux Dirigés d'Optique Géométrique***
Prof. : H. Chaïb
Filière : TCA, Semestre : 1, Année : 2010/2011, Série : 01

Exercice 1

1. D'après la figure, on a :



$$\tan v = \frac{r}{l} = \frac{R}{D+l} \quad (1)$$

soit :

$$r(D+l) = Rl \quad (2)$$

d'où :

$$l = \frac{rD}{R-r} \quad (3)$$

A.N. : $l = 1\,397\,686$ km.

2. On a :

$$\tan v = \frac{\rho_1}{l-d} = \frac{r}{l} \quad (4)$$

soit :

$$\rho_1 = \frac{r}{l}(l-d) \quad (5)$$

A.N. : $\rho_1 = 4\,620$ km.

On a aussi :

$$\tan u = \frac{r}{x} = \frac{\rho_2}{d+x} \quad (6)$$

*. Les cours, les travaux dirigés avec correction, les épreuves avec correction et les travaux pratiques sont disponibles en ligne sur le site Web : <http://hchaib.chez.com/teaching/>

soit :

$$\rho_2 = (d + x) \frac{r}{x} = r \left(1 + \frac{d}{x} \right) \quad (7)$$

avec $x = OT$. L'expression de x peut être extraite de l'égalité suivante :

$$\tan u = \frac{r}{x} = \frac{R}{D - x} \quad (8)$$

soit :

$$r(D - x) = Rx \quad (9)$$

ou encore

$$x = \frac{Dr}{R + r} \quad (10)$$

d'où :

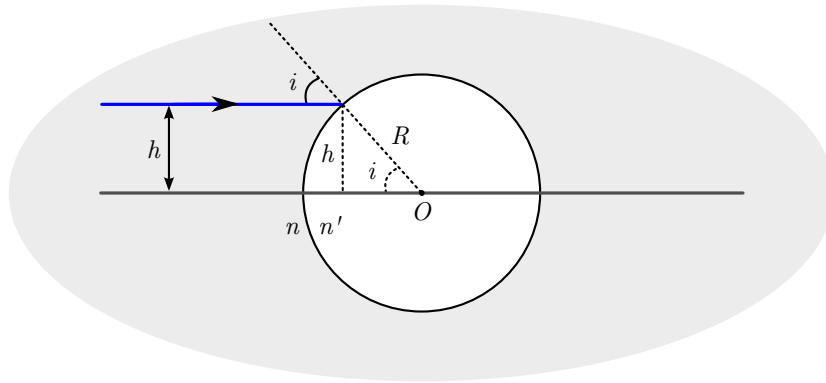
$$\rho_2 = r \left(1 + d \frac{R + r}{Dr} \right) \quad (11)$$

A.N. : $\rho_2 = 8\,153$ km.

3. Si le centre de la lune passe par le point P , alors il sera totalement couvert par l'ombre de la terre parce que son rayon r' qui vaut 1 700 km est inférieur au rayon ρ_1 de l'ombre qui vaut 4 620 km (c.-à-d. $r' < \rho_1$).

Exercice 2

1. Selon la figure ci-dessous, on peut écrire :



$$h = R \sin i \quad (12)$$

2. La lumière subit une réflexion totale sur la bulle si le rayon réfracté n'existe pas. Cependant, on sait que le rayon réfracté existe seulement si'il existe un angle de réfraction r tel que $0^\circ \leq r \leq 90^\circ$:

$$0 \leq \sin r \leq 1 \quad (13)$$

c'est à dire :

$$0 \leq n' \sin r \leq n' \quad (14)$$

ou encore, en tenant compte de la loi de réfraction ($n \sin i = n' \sin r$) :

$$0 \leq n \sin i \leq n' \quad (15)$$

soit :

$$0 \leq i \leq \arcsin \frac{n'}{n} \quad (16)$$

Donc, la lumière incidente subit une réflexion totale si l'angle d'incidence i est inférieur à une valeur limite $i_{\text{lim}} = \arcsin \frac{n'}{n}$.

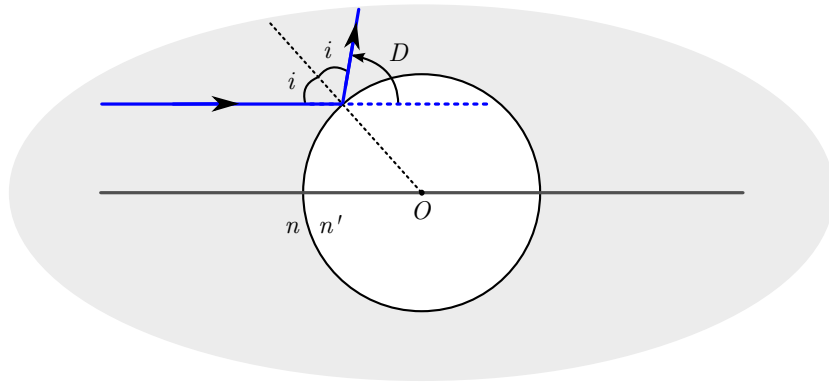
A.N. : $i_{\text{lim}} = 41,81^\circ$.

3. La hauteur correspondante h_{lim} du rayon incident par rapport à l'axe de la bulle d'air s'écrit :

$$h_{\text{lim}} = R \sin i_{\text{lim}} \quad (17)$$

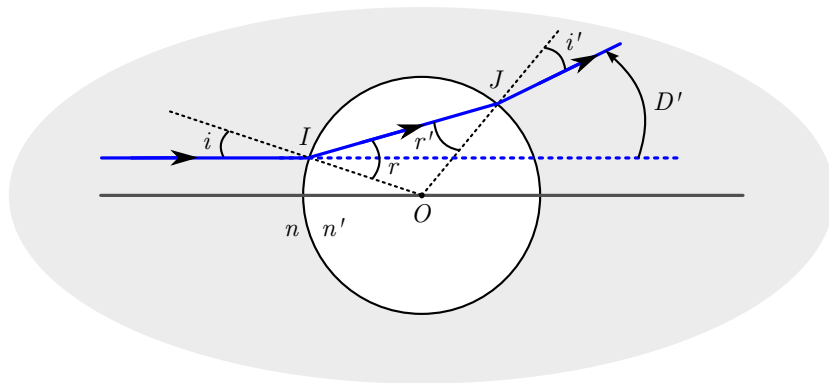
A.N. : $h_{\text{lim}} = 0,667 \text{ cm}$.

4. Dans le cas où $i > i_{\text{lim}}$, le rayon subit une réflexion total (voir figure ci-dessous). Sa déviation D s'écrit dans ce cas :



$$D = 180^\circ - 2i \quad (18)$$

5. Dans le cas où $i < i_{\text{lim}}$, le rayon pénètre dans la bulle en subissant une réfraction au point I et sort en subissant une autre réfraction au point J (voir figure ci-dessous). Cependant, lors de sa pénétration dans la bulle en I , le rayon incident subit une



déviation de $(r - i)$ et lors de son émergence de la bulle en J , il subit une deuxième déviation de $(r' - i')$. Au total ce rayon incident en I et émergent en J subit une déviation $D' = (r - i) + (r' - i')$. Soit :

$$D' = r + r' - i - i' \quad (19)$$

Les lois de réfraction en I et J s'écrivent :

$$n \sin i = n' \sin r \quad (20)$$

et

$$n \sin i' = n' \sin r' \quad (21)$$

or $r' = r$ (car le triangle IOJ est isocèle), alors $i' = i$. Il en résulte :

$$D' = 2(r - i) \quad (22)$$

d'où :

$$D' = 2 \left(\arcsin \left(\frac{n}{n'} \sin i \right) - i \right) \quad (23)$$

Exercice 3

1. Dans le triangle AIJ , la somme des angles est égale 180° , soit :

$$\widehat{IAJ} + \widehat{JIA} + \widehat{AJI} = 180^\circ \quad (24)$$

or $\widehat{JIA} = 90^\circ$ et $\widehat{AJI} = 90^\circ - i$, alors :

$$\widehat{IAJ} + 90^\circ + 90^\circ - i = 180^\circ \quad (25)$$

d'où :

$$i = \widehat{IAJ} \quad (26)$$

A.N. : $i = 60^\circ$.

2. La loi réfraction au point J s'écrit :

$$n' \sin i = n \sin r \quad (27)$$

ou bien :

$$\sin r = \frac{n'}{n} \sin i \quad (28)$$

soit

$$\sin r = 1,075 \quad (29)$$

ce qui est impossible car les valeurs de la fonction sinus sont toujours comprises entre -1 et 1 (c.-à-d. $\forall x \in \mathbb{R}, -1 \leq \sin x \leq 1$). Alors, la lumière ne subit pas de réfraction au point J mais il subit une réflexion totale.

3. Dans le triangle KLC , la somme des angles est égale 180° , soit :

$$\widehat{KLC} + \widehat{CKL} + \widehat{LCK} = 180^\circ \quad (30)$$

or $\widehat{CKL} = 90^\circ$ et $\widehat{LCK} = 30^\circ$, alors :

$$\widehat{KLC} + 90^\circ + 30^\circ = 180^\circ \quad (31)$$

soit $\widehat{KLC} = 60^\circ$.

Dans le triangle KJL , la somme des angles est égale 180° , soit :

$$\widehat{KJL} + \widehat{LKJ} + \widehat{JLK} = 180^\circ \quad (32)$$

soit :

$$i' = \widehat{LKJ} = 180^\circ - \widehat{KJL} - \widehat{JLK} \quad (33)$$

On a :

$$\widehat{KLJ} = 180^\circ - \widehat{KLC} = 120^\circ \quad (34)$$

et on a aussi

$$\widehat{KJL} = 90^\circ - i^* = 90^\circ - i = 30^\circ \quad (35)$$

car $i^* = i$ selon la loi de réflexion en J .

Il en résulte :

$$i' = 180^\circ - 30^\circ - 120^\circ \quad (36)$$

A.N. : $i' = 30^\circ$.

4. Selon la loi de réfraction en K , on peut écrire :

$$n' \sin i' = n \sin r' \quad (37)$$

soit :

$$r' = \arcsin \left(\frac{n'}{n} \sin i' \right) \quad (38)$$

A.N. : $r' = 38,37^\circ$.

5. Si le rayon réfracté en J existe, il doit vérifier la loi de réfraction en J :

$$n' \sin i = n \sin r \quad (39)$$

soit :

$$n = n' \frac{\sin i}{\sin r} \quad (40)$$

En effet, afin que ce rayon existe, il faut qu'il existe un angle r tel que $0^\circ \leq r \leq 90^\circ$:

$$0 \leq \sin r \leq 1 \quad (41)$$

c'est à dire :

$$1 \leq \frac{1}{\sin r} \leq +\infty \quad (42)$$

ou encore :

$$n' \sin i \leq n' \frac{\sin i}{\sin r} \leq +\infty \quad (43)$$

soit :

$$n' \sin i \leq n \leq +\infty \quad (44)$$

Donc, le rayon réfracté en J existe seulement si l'indice de réfraction n est supérieur à une valeur limite $n_{\text{lim}} = n' \sin i$.

A.N. : $n_{\text{lim}} = 1,43$.