Université Ibn Zohr
Faculté Polydisciplinaire
Ouarzazate, Maroc

جامعة ابن زهر
الكلية متعددة التخصصات
ورزازات، المغرب

Correction des
Travaux Dirigés de Thermodynamique II *
Prof. : H. Chaib
Filière : TEER, **Semestre** : 2, **Année** : 2009/2010, **Série** : 01

Exercice 1

1. Soit n le nombre de moles d'azote contenu dans l'enceinte avant le remplissage. Selon l'équation d'état des gaz parfaits, la quantité n a pour expression :

$$n = \frac{pV}{RT} \tag{1}$$

Cependant, la masse m du gaz d'azote avant le remplissage est :

$$m = nM_{\mathrm{N}_2} = 2nM_{\mathrm{N}} \tag{2}$$

où $M_{\mathrm{N}_2} = 2M_{\mathrm{H}}$ représente la masse molaire d'azote moléculaire N_2.
A.N. : $n = 8072$ mol et $m = 226$ kg.

2. Soit n' le nombre de moles d'azote contenu dans l'enceinte après le remplissage. Cette quantité est donnée par :

$$n' = n + n^* \tag{3}$$

Cependant, la masse m' du gaz d'azote après le remplissage est :

$$m' = n'M_{\mathrm{N}_2} = 2n'M_{\mathrm{N}} \tag{4}$$

A.N. : $n' = 18072$ mol et $m' = 506$ kg.

3. Selon l'équation d'état des gaz parfaits, le pression p' juste après le remplissage est donnée par :

$$p' = \frac{n'RT'}{V} \tag{5}$$

A.N. : $p' = 25,77$ bar.

4. Selon l'équation d'état des gaz parfaits, le pression p'' après le refroidissement s'écrit :

$$p'' = \frac{n'RT''}{V} \tag{6}$$

A.N. : $p'' = 22,39$ bar.

*. Les cours, les travaux dirigés avec correction, les épreuves avec correction et les travaux pratiques sont disponibles en ligne sur le site Web : http://hchaib.chez.com/teaching/

5. La variation de l'énergie interne lors du refroidissement du gaz, qui se comporte comme un gaz parfait, est donnée par :

$$\mathrm{d}U = C_\mathrm{V}\mathrm{d}T \tag{7}$$

On rappelle que la capacité calorifique C_V est liée à la capacité calorifique massique c_V par la relation :

$$C_\mathrm{V} = m'c_\mathrm{V} \tag{8}$$

alors :

$$\mathrm{d}U = m'c_\mathrm{V}\mathrm{d}T \tag{9}$$

d'ou :

$$\Delta U = m'c_\mathrm{V}(T'' - T') \tag{10}$$

A.N. : $\Delta U = -16,90\ 10^3$ kJ.

6. Selon le premier principe de la thermodynamique, la variation de l'énergie interne lors du refroidissement du système, qui est un système fermé, est donnée par :

$$\mathrm{d}U = \delta W + \delta Q \tag{11}$$

Or la transformation est isochore (c.-à-d. $\mathrm{d}V = 0$), alors :

$$\delta W = -p\mathrm{d}V = 0 \tag{12}$$

d'où :

$$\mathrm{d}U = \delta Q \tag{13}$$

soit :

$$Q = \Delta U \tag{14}$$

A.N. : $Q = -16,90\ 10^3$ kJ.

Exercice 2

1. Le nombre de moles n d'air qui se trouve dans le cylindre est donné par :

$$n = \frac{m}{M_\mathrm{air}} \tag{15}$$

or $M_\mathrm{air} = 0,8M_{\mathrm{N}_2} + 0,2M_{\mathrm{O}_2}$ représente la masse molaire de l'air qui est constitué de 80% d'azote moléculaire N_2 et 20% d'oxygène moléculaire O_2.
A.N. : $M_\mathrm{air} = 28,8$ g mol^{-1} et $n = 0,035$ mol.

2. Selon l'équation d'état des gaz parfaits, le volume V_1 du gaz avant l'injection du carburant s'écrit :

$$V_1 = \frac{nRT_1}{p_1} \tag{16}$$

A.N. : $V_1 = 55,36$ cm^3.

3. Soit p_2, V_2 et T_2 les grandeurs thermiques caractérisant le gaz à l'intérieur du cylindre après l'injection du carburant. L'injection est réglée de manière à maintenir la pression constante dans le cylindre. Alors, la pression et la même avant et après l'injection c'est à dire $p_2 = p_1$. Pour une transformation isobare, on a :

$$\begin{aligned} \mathrm{d}H &= \mathrm{d}U + \mathrm{d}(pV) \\ &= \delta W_\mathrm{v} + \delta Q + p\mathrm{d}V + V\mathrm{d}p \end{aligned} \tag{17}$$

or $\delta W_\mathrm{v} = -p\mathrm{d}V$ et $\mathrm{d}p = 0$, alors :

$$\delta Q = \mathrm{d}H = C_\mathrm{p}\mathrm{d}T \tag{18}$$

soit :

$$Q = \int_{T_1}^{T_2} C_\mathrm{p}\mathrm{d}T = C_\mathrm{p}(T_2 - T_1) \tag{19}$$

d'où la température T_2 est donnée par :

$$T_2 = \frac{Q}{C_\mathrm{p}} + T_1 \tag{20}$$

avec $C_\mathrm{p} = \frac{7}{2}nR$ pour un gaz parfait diatomique.
Selon l'équation d'état des gaz parfaits, le volume V_2 s'écrit :

$$V_2 = \frac{nRT_2}{p_2} \tag{21}$$

A.N. : $p_2 = 45$ bar, $V_2 = 182$ cm^3 et $T_2 = 2842$ K.

4. La variation du travail volumétrique W_v accompagnée à cette transformation isobare s'écrit :

$$\delta W_\mathrm{v} = -p\mathrm{d}V \tag{22}$$

soit :

$$\begin{aligned} W_\mathrm{v} &= -p\int_{V_1}^{V_2} \mathrm{d}V \\ &= -p(V_2 - V_1) \\ &= -nR(T_2 - T_1) \end{aligned} \tag{23}$$

A.N. : $W_\mathrm{v} = -571$ J.

5. La variation de l'énergie interne ΔU accompagnée à cette transformation isobare s'écrit :

$$\mathrm{d}U = C_\mathrm{V}\mathrm{d}T \tag{24}$$

soit :

$$\Delta U = \int_{T_1}^{T_2} C_\mathrm{V}\mathrm{d}T = C_\mathrm{V}(T_2 - T_1) \tag{25}$$

Pour l'enthalpie, sa variation ΔH accompagnée à cette transformation s'écrit :

$$\mathrm{d}H = C_\mathrm{p}\mathrm{d}T \tag{26}$$

soit :

$$\Delta H = \int_{T_1}^{T_2} C_\mathrm{p}\mathrm{d}T = C_\mathrm{p}(T_2 - T_1) \tag{27}$$

A.N. : $\Delta U = 1428$ J et $\Delta H = 2000$ J.

Exercice 3

1. La variation du travail volumétrique W_v accompagnée à la première compression isotherme entre les états (1) et (2) s'écrit :

$$\delta W_\mathrm{v} = -p\mathrm{d}V = -nRT\frac{\mathrm{d}V}{V} \tag{28}$$

soit :

$$\begin{aligned} W_\mathrm{v} &= -nRT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{\mathrm{d}V}{V} \\ &= -nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \\ &= -p_1V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \end{aligned} \tag{29}$$

De même la variation du travail volumétrique W'_v accompagnée à la deuxième compression isotherme entre les états (2) et (3) est donnée par :

$$\begin{aligned} W'_\mathrm{v} &= -nRT_1 \int_{V_2}^{V_3} \frac{\mathrm{d}V}{V} \\ &= -p_1V_1 \ln \frac{V_3}{V_2} \end{aligned} \tag{30}$$

A.N. : $W_\mathrm{v} = 2,303$ kJ et $W'_\mathrm{v} = 2,303$ kJ.

2. On sait que pour un gaz parfait, l'énergie interne U dépend uniquement de la température T. Or $T = Cte$, alors :

$$\Delta U = W_\mathrm{v} + Q = 0 \tag{31}$$

d'où la quantité de chaleur Q mise en jeu lors de la première compression est donnée par :

$$Q = -W_\mathrm{v} \tag{32}$$

De même la quantité de chaleur Q' mise en jeu lors de la deuxième compression est donnée par :

$$Q' = -W'_\mathrm{v} \tag{33}$$

A.N. : $Q = -2,303$ kJ et $Q' = -2,303$ kJ.

3. Pour une transformation isotherme on à :

$$pV = p_1V_1 = p_2V_2 = p_3V_3 = Cte \tag{34}$$

soit :

$$p_2 = \frac{p_1V_1}{V_2} \qquad \text{et} \qquad p_3 = \frac{p_1V_1}{V_3} \tag{35}$$

A.N. : $p_2 = 10$ bar et $p_3 = 100$ bar.

4. Pour une transformation isotherme l'énergie interne U et l'enthalpie H d'un gaz parfait dépendent uniquement de sa température T. Or $T = Cte$, alors :

$$\Delta U = 0 \qquad \text{et} \qquad \Delta H = 0 \tag{36}$$

A.N. : $\Delta U = 0$ J et $\Delta H = 0$ J.

5. Si on remplace de l'air par de l'hydrogène moléculaire H_2, les résultats ne changent pas parce que la nature du gaz ne change pas les données qui interviennent dans les calculs.

Exercice 4

1. L'air est considéré comme un gaz parfait constitué d'azote moléculaire N_2 et d'oxygène moléculaire O_2. L'air est un gaz diatomique car ses deux constituants sont diatomique. Cependant, ses capacités calorifiques s'écrivent :

$$C_{\mathrm{V}} = \frac{5}{2}nR \qquad \text{et} \qquad C_{\mathrm{p}} = \frac{7}{2}nR \tag{37}$$

d'ou son indice adiabatique γ s'écrit :

$$\gamma = \frac{C_{\mathrm{p}}}{C_{\mathrm{V}}} = \frac{7}{5} \tag{38}$$

A.N. : $\gamma = 1,4$.

2. Pour une transformation isentrope on à :

$$pV^{\gamma} = p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma} = p_3 V_3^{\gamma} = Cte \tag{39}$$

soit :

$$p_2 = \frac{p_1 V_1^{\gamma}}{V_2^{\gamma}} \qquad \text{et} \qquad p_3 = \frac{p_1 V_1^{\gamma}}{V_3^{\gamma}} \tag{40}$$

A.N. : $p_2 = 25,12$ bar et $p_3 = 630,9$ bar.

3. La variation du travail volumétrique W_{v} accompagnée à la première compression adiabatique réversible (c.-à-d. isentrope) entre les états (1) et (2) s'écrit :

$$\delta W_{\mathrm{v}} = -p\mathrm{d}V \tag{41}$$

soit :

$$W_{\mathrm{v}} = -\int_{V_1}^{V_2} p\mathrm{d}V \tag{42}$$

Or, selon l'équation caractérisant une transformation isentrope (c.-à-d. $pV^{\gamma} = Cte$), on a :

$$p = \frac{p_1 V_1^{\gamma}}{V^{\gamma}} \tag{43}$$

alors :

$$W_{\mathrm{v}} = -p_1 V_1^{\gamma} \int_{V_1}^{V_2} \frac{\mathrm{d}V}{V^{\gamma}} \tag{44}$$

soit :

$$W_{\mathrm{v}} = \frac{p_1 V_1^{\gamma}}{\gamma - 1}\left[\frac{1}{V_2^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_1^{\gamma-1}}\right] \tag{45}$$

ou bien :

$$W_{\mathrm{v}} = \frac{1}{\gamma - 1}\left[\frac{p_1 V_1^{\gamma}}{V_2^{\gamma-1}} - \frac{p_1 V_1^{\gamma}}{V_1^{\gamma-1}}\right] \tag{46}$$

or $p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma}$, alors :

$$W_{\mathrm{v}} = \frac{1}{\gamma - 1}(p_2 V_2 - p_1 V_1) \tag{47}$$

De même la variation du travail volumétrique W_v accompagnée à la deuxième compression isentrope entre les états (1) et (2) s'écrit :

$$W'_\mathrm{v} = \frac{1}{\gamma - 1}(p_3V_3 - p_2V_2) \tag{48}$$

A.N. : $W_\mathrm{v} = 3,780$ kJ et $W'_\mathrm{v} = 9,494$ kJ.

4. Les échanges de chaleur lors d'une transformation isentrope sont nuls, alors :

$$Q = 0 \qquad \text{et} \qquad Q' = 0 \tag{49}$$

A.N. : $Q = 0$ J et $Q' = 0$ J.

5. Pour ces transformations isentropes les échanges de chaleur Q et Q' sont nuls et par conséquent :

$$\Delta U = W_\mathrm{v} \qquad \text{et} \qquad \Delta U' = W'_\mathrm{v} \tag{50}$$

A.N. : $\Delta U = 3,780$ kJ et $\Delta U' = 9,494$ kJ.

6. Pour une transformations quelconque d'un gaz parfait on a :

$$\mathrm{d}H = C_\mathrm{p}\mathrm{d}T = \gamma C_\mathrm{V}\mathrm{d}T = \gamma \mathrm{d}U \tag{51}$$

d'où :

$$\Delta H = \gamma \Delta U \qquad \text{et} \qquad \Delta H' = \gamma \Delta U' \tag{52}$$

A.N. : $\Delta H = 5,292$ kJ et $\Delta H' = 13,29$ kJ.

7. Si on remplace de l'air par de l'hydrogène moléculaire H_2 qui est aussi un gaz diatomique comme l'air, les résultats ne change pas parce que les données qui interviennent dans les calculs ne change pas. Mais si on remplace de l'air par de l'hélium He qui est un gaz monoatomique, les résultats vont changer pas parce que l'indice adiabatique qui intervient dans les calculs vaut $\frac{5}{3}$ pour un gaz monoatomique au lieu de $\frac{7}{5}$ pour un gaz diatomique.