Université Ibn Zohr

Faculté Polydisciplinaire

Ouarzazate, Maroc

جامعة ابن زهر

الكلية متعددة التخصصات

ورزازات، المغرب

Correction des Travaux Dirigés d'Optique Quantitative*

Prof. : H. Chaib

Filière : TCA, **Semestre** : 2, **Année** : 2008/2009, **Série** : 02

Exercice 1

L'intensité lumineuse I d'une source ponctuelle isotrope s'écrit :

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} = \frac{\Phi}{\Omega} \tag{1}$$

où :
- Φ représente le flux lumineux total émis par la lampe ;
- $\Omega = 4\pi$ représente l'angle solide de tout l'espace.

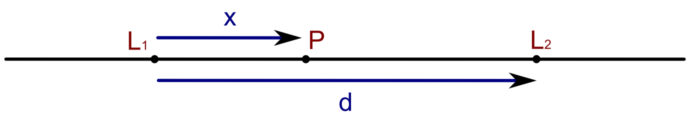
Il en résulte que :

$$\Phi = \Omega I = 4\pi I \tag{2}$$

A.N. : $\Phi = 879,7$ lm.
NB : Un candela est équivalent à un lumen par stéradian (1 cd = 1 lm/sr).

Exercice 2

Un point quelconque P sur droite joignant les lampes L_1 et L_2 reçoit une illuminance E_1 de la lampe L_1 et une illuminance E_2 de la lampe L_2 telles que :



$$E_1 = \frac{I_1}{(L_1P)^2} = \frac{I_1}{x^2} \quad \text{et} \quad E_2 = \frac{I_2}{(L_2P)^2} = \frac{I_2}{(x-d)^2} \tag{3}$$

où $x = \overline{L_1P}$ et $d = \overline{L_1L_2}$ (voir figure).
Afin que chacune des deux lampes L_1 et L_2 fournit la même illuminance (i.e. $E_1 = E_2$) en un point P, il faut que :

$$\frac{I_1}{x^2} = \frac{I_2}{(x-d)^2} \tag{4}$$

*. Les cours, les travaux dirigés avec correction, les épreuves avec correction et les travaux pratiques sont disponibles en ligne sur le site Web : http://hchaib.chez.com/teaching/

ce qui implique que :

$$I_2\ x^2 = I_1(x-d)^2 \tag{5}$$

ou encore :

$$(I_2 - I_1)\ x^2 + 2I_1 d\, x - I_1 d^2 = 0 \tag{6}$$

En remplaçant les grandeurs I_1, I_2 et d par leurs valeurs numérique, on obtient une équation de deuxième degré :

$$x^2 + 6x - 9 = 0 \tag{7}$$

Cette équation a deux racine :

$$x_1 = 1,24 \text{ m} \quad \text{et} \quad x_2 = -7,24 \text{ m} \tag{8}$$

Donc les deux lampes fournissent des illuminances égaux en deux points P_1 et P_2 tels que $\overline{L_1P_1} = 1,24$ m et $\overline{L_1P_2} = -7,24$ m.

Exercice 3

1. L'illuminance E reçue par la surface S qui est perpendiculaire aux rayons lumineux issus de la source lumineuse, s'écrit :

$$E = \frac{I}{d^2} \tag{9}$$

A.N. : $E = 100$ lux.
NB : Un candela est équivalent à un lumen par stéradian (1 cd = 1 lm/sr) et un lux est équivalent à un lumen par mètre carré (1 lux = 1 lm/m^2).

2. L'illuminance E reçue par la surface S dont la normale fait un angle $\theta = 30°$ avec les rayons lumineux issus de la source lumineuse, s'écrit :

$$E = \frac{I\cos\theta}{d^2} \tag{10}$$

A.N. : $E = 86,6$ lux.

Exercice 4

1. L'équivalent énergétique τ du lumen d'une lumière représente le rapport entre le flux de rayonnement (flux énergétique) Φ_e et le flux lumineux (flux visuel) correspondant Φ_v, c'est à dire :

$$\tau = \frac{\Phi_e}{\Phi_v} \tag{11}$$

d'où :

$$\Phi_e = \tau\Phi_v \tag{12}$$

A.N. : $\Phi_e = 1,35$ W.

2. Le rendement lumineux ρ est défini par :

$$\rho = \frac{\Phi_e}{P_e} \tag{13}$$

A.N. : $\rho = 7,5\%$.

Exercice 5

L'illuminance (l'éclairement) E reçu à une distance d d'une source ponctuelle isotrope ayant un flux lumineux total Φ s'écrit :

$$E = \frac{\Phi}{4\pi d^2} \tag{14}$$

A.N. : $E = 1$ lux.

Exercice 6

Soit Φ le flux lumineux total de la source lumineuse S. Alors, l'éclairement E reçu à une distance d de la source S s'écrit :

$$E = \frac{\Phi}{4\pi d^2} \tag{15}$$

De même l'éclairement E' reçu à une distance d' de la source S s'écrit :

$$E' = \frac{\Phi}{4\pi d'^2} \tag{16}$$

En faisant le rapport entre les deux dernières équations on obtient :

$$\frac{E'}{E} = \frac{d^2}{d'^2} \tag{17}$$

d'où :

$$E' = \frac{d^2}{d'^2} E \tag{18}$$

A.N. : $E' = 88,88$ lux.

Exercice 7

1. L'intensité lumineuse I de la source ponctuelle qui rayonne uniformément dans tout l'espace (i.e. isotrope) s'écrit :

$$I = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega} \tag{19}$$

   où :
   - $\Delta\Phi$ représente le flux lumineux émis dans le tube de rayonnement considéré ;
   - $\Delta\Omega$ représente l'angle solide du tube de rayonnement.

   A.N. : $I = 950$ cd.

   NB : Un candela est équivalent à un lumen par stéradian (1 cd = 1 lm/sr).

2. L'éclairement E obtenu à une distance d de la source s'écrit :

$$E = \frac{I}{d^2} \tag{20}$$

   Cependant, le flux Φ_r reçu par la surface S située perpendiculairement aux rayons lumineux à la distance d de la source s'écrit :

$$\Phi_\mathrm{r} = E \cdot S \tag{21}$$

   A.N. : $E = 2,375$ lux et $\Phi_\mathrm{r} = 2,375\ 10^{-4}$ lm.

Exercice 8

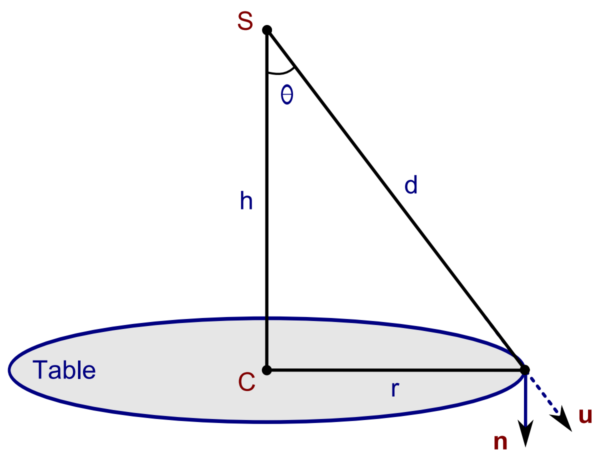
Le flux envoyé par la source est canalisé dans un cylindre, alors le flux lumineux Φ qui traverse la section transversale du cylindre et le même quelque soit la distance d de la source. De même, l'éclairement E est le même quelque soit la distance d de la source :

$$E' = E = \frac{\Phi}{S} \tag{22}$$

où S est la surface de la section transversale du cylindre.
A.N. : $E' = 80$ lux.

Exercice 9

1. L'intensité lumineuse I de la source S qui est ponctuelle isotrope est donnée par :



$$I = \frac{\Phi}{4\pi} \tag{23}$$

L'éclairement au bord de la table s'écrit :

$$E = \frac{I\cos\theta}{d^2} \tag{24}$$

Étant donné que $d^2 = h^2 + r^2$ et $\cos\theta = \frac{h}{\sqrt{h^2+r^2}}$, alors l'éclairement E peut soumettre sous la forme :

$$E = \frac{Ih}{(h^2+r^2)^{3/2}} \tag{25}$$

ou encore :

$$E = \frac{\Phi}{4\pi} \cdot \frac{h}{(h^2+r^2)^{3/2}} \tag{26}$$

A.N. : $E = 94,37$ lux.

2. D'après l'équation précédente, on peut écrire :

$$r = \sqrt{\left(\frac{\Phi}{4\pi} \cdot \frac{h}{E}\right)^{2/3} - h^2} \tag{27}$$

Soit r' la distance limite du centre C de la table pour laquelle on peut encore lire sans fatigue un livre placé sur cette table. L'éclairement à cette distance, qui représente l'éclairement minimale nécessaire pour pouvoir lire le livre sans fatigue, est $E' = 100$ lux. Il est évident que la distance r' est connectée à l'éclairement minimale E' par l'équation précédente, c'est à dire :

$$r' = \sqrt{\left(\frac{\Phi}{4\pi} \cdot \frac{h}{E'}\right)^{2/3} - h^2} \tag{28}$$

A.N. : $r' = 0,788$ m.

Exercice 10

1. L'efficacité lumineuse ξ du rayonnement émis par la lampe est donnée par :

$$\xi = \frac{\Phi_{\mathrm{v}}}{\Phi_{\mathrm{e}}} \tag{29}$$

où Φ_{v} est le flux lumineux (flux visuel) émis par la lampe et Φ_{e} est son flux de rayonnement (flux énergétique).
A.N. : $\xi = 25$ lm/W.

2. Selon la loi de Stefan :

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \sigma S T^4 \tag{30}$$

d'où la température T du filament lorsque la lampe éclaire est donnée par :

$$T = \left(\frac{\Phi_{\mathrm{e}}}{\sigma S}\right)^{1/4} \tag{31}$$

avec $\sigma = 5,670\ 10^{-8}$ W/m^2/K^4 est la constante de Stefan et S est la surface externe du filament qui s'exprime en fonction de son diamètre d et sa longueur l par :

$$S = 2\pi l \frac{d}{2} = \pi l d \tag{32}$$

Alors, la température T s'écrit :

$$T = \left(\frac{\Phi_{\mathrm{e}}}{\sigma \pi l d}\right)^{1/4} \tag{33}$$

A.N. : $T = 2865$ K.

3. La source se comporte comme un corps noir qui suit la loi de Wien et par conséquent la longueur d'onde $\lambda_{\max}$ du rayonnement émis en plus grande quantité satisfait à l'égalité : pour laquelle elle (i.e. source) rayonne le plus d'énergie

$$\lambda_{\max}\, T = 2,898\ 10^{-3}\ \mathrm{m.K} \tag{34}$$

d'où :

$$\lambda_{\max} = \frac{2,898\ 10^{-3}\ \mathrm{m.K}}{T} \tag{35}$$

A.N. : $\lambda_{\max} = 1012$ nm.
Ce rayonnement est situé dans le domaine de l'infrarouge car la longueur d'onde $\lambda_{\max}$ pour laquelle la source rayonne le plus d'énergie est supérieure à la limite supérieure du spectre visible (coté infrarouge) qui est 780 nm.

4. L'intensité lumineuse I_{v} de la source ponctuelle qui rayonne seulement dans un demi-espace est donnée par :
$$I_{\text{v}} = \frac{d\Phi_{\text{v}}}{d\Omega} = \frac{\Phi_{\text{v}}}{\Omega} \tag{36}$$
où Φ_{v} est le flux lumineux total émis par la lampe et Ω est l'angle solide d'un demi-espace qui vaut 2π (i.e. $\Omega = 2\pi$).
A.N. : $I_{\text{v}} = 1194$ cd.

Exercice 11

Au moment de la fusion l'intensité du courant électrique qui traverse le fil de tungstène est I_{f} et la tension entre ses bornes est V_{f} ce qui correspond à une puissance électrique $P_{\text{f}} = I_{\text{f}} \cdot V_{\text{f}}$. Cette puissance se manifeste sous forme de flux de rayonnement Φ_{e} (i.e. $\Phi_{\text{e}} = P_{\text{f}}$) car les pertes énergétiques et la dilatation thermique du fil sont négligeables.
De plus, le fil se comporte comme un corps noir qui obéit à la loi de Stefan :

$$\Phi_{\text{e}} = \sigma S T^4 \tag{37}$$

d'où la température T du fil au moment de la fusion est donnée par :

$$T = \left(\frac{\Phi_{\text{e}}}{\sigma S}\right)^{1/4} \tag{38}$$

avec $\sigma = 5,670\ 10^{-8}$ W/m^2/K^4 est la constante de Stefan et S est la surface externe du fil qui s'exprime en fonction de son diamètre d et sa longueur l par :

$$S = 2\pi l \frac{d}{2} = \pi l d \tag{39}$$

Alors, la température T s'écrit :

$$T = \left(\frac{\Phi_{\text{e}}}{\sigma \pi l d}\right)^{1/4} = \left(\frac{I_{\text{f}} \cdot V_{\text{f}}}{\sigma \pi l d}\right)^{1/4} \tag{40}$$

A.N. : $T = 3678$ K.